INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN BRĂILA

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ 04.02.2006

CLASA a-IX-a

SUBIECTELE :

1. Să se rezolve în **R** ecuaţia :

$\{x\}^{2007}-[x]^{2007}-x^{2007}=0$

Prof. Carmen Botea, Brăila

2. Se consideră ecuaţia $ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$ cu rădăcinile reale x_1, x_2.

Notăm, pentru $n\in \mathbf{N}^*$, $S_n = x_1^n + x_2^n$.

Să se arate că $S_n \in \mathbf{Z} \quad (\forall) n \in \mathbf{N}^* \Leftrightarrow \frac{b}{a} \in \mathbf{Z}$ şi $\frac{c}{a} \in \mathbf{Z}$.

Prof. Dan Negulescu, Brăila

3. Fie triunghiul ABC echilateral, $M\in(BC)$, $N\in AC$, $P\in AB$ astfel încât vectorii $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BN}$ şi $\overrightarrow{CP}$ să fie coliniari.

Demonstraţi că $\frac{1}{\left|\overrightarrow{AM}\right|^2}+\frac{1}{\left|\overrightarrow{BN}\right|^2}+\frac{1}{\left|\overrightarrow{CP}\right|^2}$ = constantă

Gazeta Matematică 8/2005

4. Fie ABCD patrulater inscriptibil şi $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ centrele cercurilor lui Euler respectiv pentru $\Delta DBC, \Delta ACD, \Delta ABD, \Delta ABC$.

Demonstraţi că $A\omega_1, B\omega_2, C\omega_3, D\omega_4$ sunt concurente.

Prof. Carmen Botea, Brăila

NOTĂ : Toate subiectele sunt obligatorii.
Timpul de lucru este de 3 ore.